CONCOURS COMMUNS POLYTECHNIQUES

EPREUVE SPECIFIQUE - FILIERE PSI

SCIENCES INDUSTRIELLES (S.I.)

Durée : 4 heures

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont autorisées

Le sujet complet comporte 15 pages dont :
12 pages de texte de présentation et énoncé du sujet
3 pages de documents réponses **à rendre obligatoirement avec la copie**

Toute documentation autre que celle fournie est interdite.

REMARQUES PRELIMINAIRES

• Il est conseillé d'utiliser des feuilles de papier brouillon afin de mettre au point les développements mathématiques, schémas, graphes et courbes, avant de les recopier au propre sur la copie à rendre.

• Il est demandé au candidat de bien vouloir inscrire les résultats et les développements nécessaires aux différentes questions sur sa copie, **en précisant bien le numéro de la question traitée et, si possible, dans l'ordre des questions.** Les résultats attendus seront obligatoirement entourés.

Machine de rééducation SYS-REEDUC

1 Présentation du système

La machine de rééducation SYS-REEDUC est issue d'un projet régional entre différents laboratoires de recherche : le CReSTIC (Centre de Recherche en Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication) de Reims et le CRITT-MDTS (Centre Régional d'Innovation et de Transfert de Technologie) de Charleville-Mézières. L'objectif de ce projet était de réaliser un système capable d'évaluer et d'aider à la rééducation des membres inférieurs (figure 1).

Figure 1 : système SYS-REEDUC

Le principe de la rééducation est de solliciter les différents muscles de la jambe afin de récupérer un maximum de mobilité suite à un accident. On distingue deux types de rééducation :

- rééducation passive, qui vise à récupérer la mobilité en terme d'amplitude du mouvement. Elle est réalisée à l'aide de mouvement en chaîne ouverte où les membres sont pilotés par une machine ou un kinésithérapeute ;
- rééducation active, qui vise à renforcer les muscles et la coordination musculaire. Elle est réalisée en chaîne fermée : le patient ne se laisse pas conduire, il doit résister au mouvement proposé par la machine ou le kinésithérapeute.

Les exercices en chaîne fermée permettent au patient de récupérer beaucoup plus rapidement, cependant, les machines existantes ne permettent pas de reproduire l'ensemble des mouvements souhaités. La caractéristique du système SYS-REEDUC est qu'il permet de proposer des exercices combinant la flexion de la jambe à la rotation du pied de manière à solliciter parfaitement les muscles souhaités (les machines existantes ne contrôlent pas l'orientation du pied).

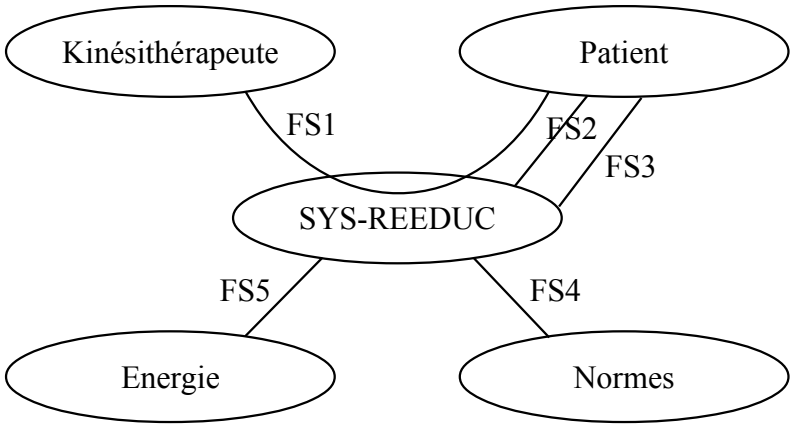


Figure 2 : diagramme partiel des interacteurs

On donne sur la figure 2 le diagramme partiel des interacteurs avec le cahier des charges partiel associé aux fonctions (tableau 1).

Fonctions	Critères	Niveaux
FS1 : permettre au kinésithérapeute de rééduquer les membres inférieurs du patient	angle de rotation de la cuisse effort du patient pilotage asservi du mouvement : • écart de position • marge de gain • marge de phase • rapidité • pulsation au gain unité	variant de 0 à 150° jusqu'à 20 N • nul • 7dB minimum • 45° • $t_{5\%} < 0{,}2$ s • 50 rad/s
FS2 : s'adapter à la morphologie des patients	longueur de cuisse + jambe écartement du bassin	variant de 0,6 m à 1,2 m 370 mm à 600 mm
FS3 : ne pas blesser le patient	sécurité	bloquer le fonctionnement en fonction de la taille du patient

Tableau 1 : Cahier des charges partiel

2 Description du système

Afin de réaliser le mouvement en chaîne fermée souhaité, le choix effectué du mécanisme de la machine SYS-REEDUC suppose que la hanche est fixe par rapport au bâti et que le mouvement est engendré par un support mobile sur lequel repose le pied. De plus, afin de pouvoir développer une chaîne cinématique permettant la réalisation de mouvement en chaîne musculaire fermée et par analogie aux systèmes robotisés, l'ensemble mécanique, constitué du membre inférieur et du dispositif de rééducation, doit former une chaîne cinématique fermée.

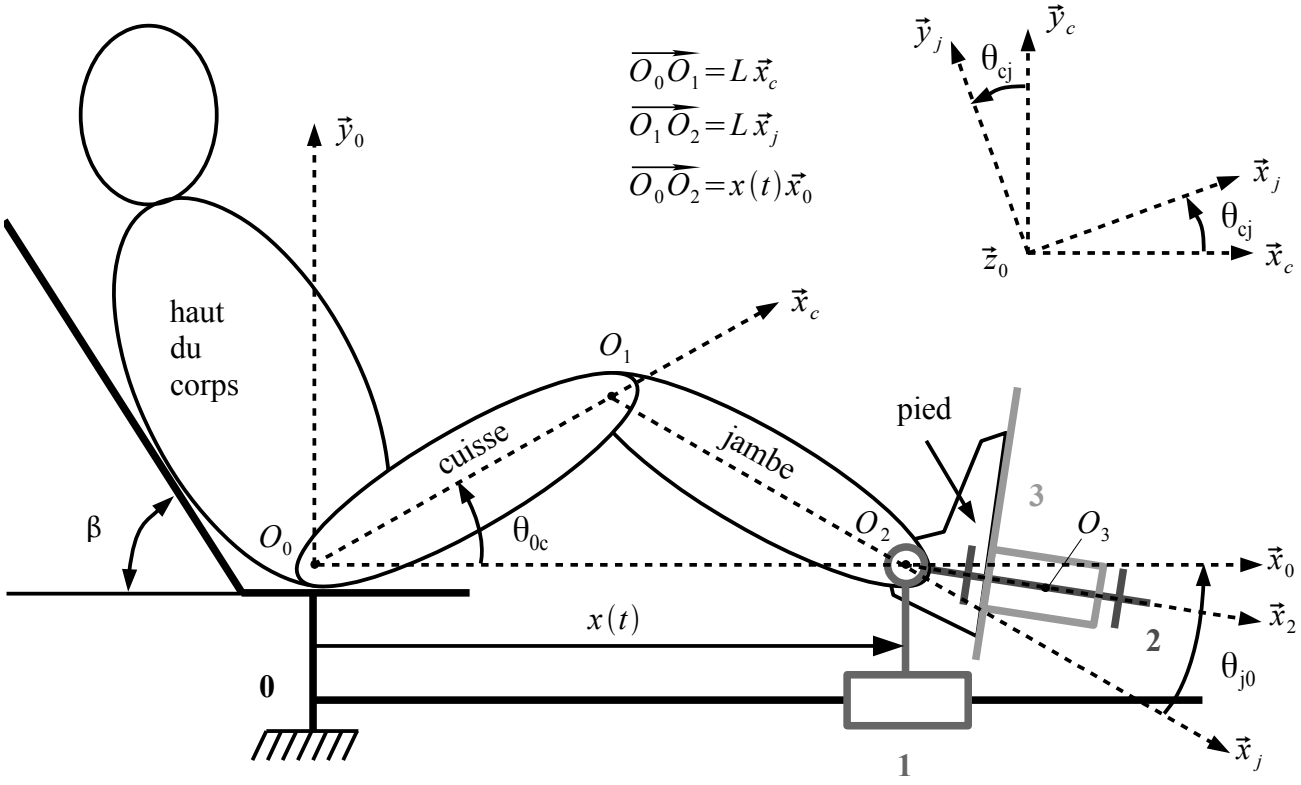


Figure 3 : modélisation cinématique du système SYS-REEDUC

La chaîne cinématique, présentée sur la figure 3, se compose du bâti **0 (**le haut du corps du patient

est supposé lié au dossier du bâti), du support mobile **1**, du support intermédiaire **2**, du support de pied **3**, de la cuisse, de la jambe et du pied. Un seul côté est représenté mais la machine réelle permet de travailler sur les deux jambes en même temps si cela est nécessaire.

Définition des liaisons :

- liaison entre le bâti et la cuisse : le patient est assis sur un siège fixé au bâti de la machine, le tronc et le bassin sont supposés fixes par rapport à celui-ci. La liaison cinématique résultante est une liaison sphérique (ou rotule) de centre O_0 correspondant à l'articulation coxofémorale de la hanche. On définit ainsi l'angle de flexion de la hanche autour de l'axe $(O_0, \vec{z}_0)$ comme étant égal à $\theta_{0c} + \beta$;
- liaison entre la cuisse et la jambe : le genou. On supposera qu'il s'agit d'une liaison sphérique (ou rotule) centrée en O_1. Notons que seuls les mouvements du genou selon l'axe principal de flexion extension d'axe $(O_1, \vec{z}_0)$ et l'axe de rotation interne-externe (axe $(O_2, \vec{x}_2)$) suffisent à la définition cinématique du concept SYS-REEDUC. En effet, au cours d'un exercice en chaîne musculaire fermée, ces deux rotations permettent de solliciter la majeure partie des groupes musculaires impliqués pour la mise en mouvement de l'articulation du genou ;
- liaison entre la jambe et le pied : la cheville. On supposera qu'il s'agit d'une liaison sphérique (ou rotule) centrée en O_2 ;
- le pied est supposé fixe par rapport au support de pied **3**. Le support de pied **3** est en liaison pivot d'axe $(O_3, \vec{x}_2)$ par rapport au support intermédiaire **2**, permettant ainsi le mouvement de rotation interne-externe du pied. L'angle de cette rotation sera noté $\theta_{23} = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$;
- le support intermédiaire **2** est en liaison pivot d'axe $(O_2, \vec{z}_0)$ avec le support mobile **1**. Notons qu'un système de cale de réglage permet d'aligner la cheville avec l'axe de cette liaison pivot. Cette liaison permet de réaliser le mouvement de dorsi-flexion du pied par rapport à la jambe ;
- le support mobile **1** est en liaison glissière avec le bâti **0** suivant la direction $\vec{x}_0$. Le paramètre de cette liaison glissière est notée $x(t)$. Elle permet le déplacement longitudinal des membres inférieurs.

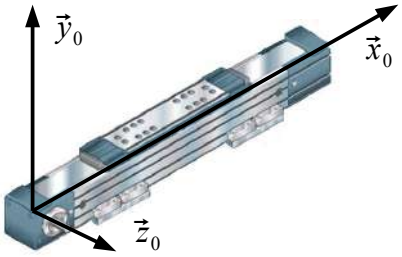


Figure 4 : liaison glissière

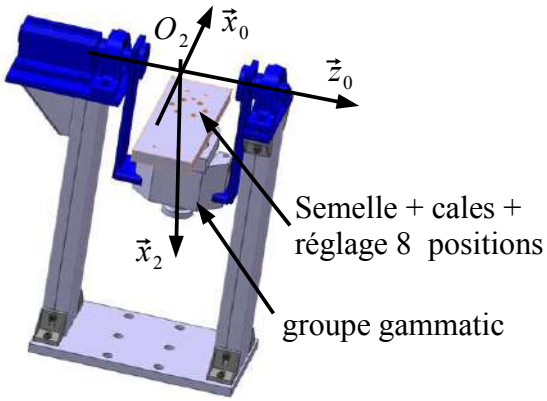


Figure 5 : support de pied

La liaison glissière de la figure 4 est réalisée par un composant de conception Bosh-Rexroth. Sa course utile est de 1,3 m. On lui associe un moteur et un réducteur permettant de supporter un effort de 1 500 N suivant la direction de translation pour une vitesse maximale de 2 m/s. Ces valeurs permettent de travailler avec un profil de rééducation à faible charge ou avec un profil de rééducation sportif. Un dispositif poulie-courroie permet de transformer la rotation en sortie du réducteur en translation du plateau supérieur. Les deux modules linéaires sont montés sur des rails permettant d'ajuster leur écartement afin d'adapter le système à la morphologie de chaque

utilisateur, sa variation est comprise entre 370 mm et 600 mm.

La figure 5 présente le support mobile réalisé pour chacun des pieds. Il permet la motorisation du mouvement de rotation interne-externe du pied (autour de l'axe $(O_2, \vec{x}_2)$). Ainsi, le pied repose sur une semelle mise en rotation par un moteur-réducteur. Celui-ci permet d'engendrer un couple maximal de 20 N.m pour une vitesse maximale de 10 tour.s^{-1}. Cette semelle est ajustable en profondeur (par un ensemble de cales) afin de pouvoir aligner l'axe de dorsi-flexion/flexion plantaire de la cheville avec l'axe de rotation permettant le réglage de l'inclinaison du pied (axe $(O_2, \vec{z}_0)$). Cette semelle permet également le réglage de l'inclinaison du pied grâce à une tige de fixation à huit positions comprises entre − 20° et 50°, conformément aux limites angulaires de la dorsi-flexion/flexion plantaire de la cheville. Enfin, une fixation, qui n'est pas présentée ici, permet de maintenir le pied en contact avec le support mobile.
La rotation de chaque moteur est mesurée à l'aide de codeurs incrémentaux permettant ainsi la mesure du déplacement $x(t)$ et de la rotation $\theta_{23}(t)$. De plus, des capteurs de fin de course situés sur les axes permettent d'arrêter l'exercice en cas de problèmes liés à la commande (la position de ces capteurs est réglable pour s'adapter au patient).
Deux capteurs d'efforts tridimensionnels permettent de mesurer les forces et couples appliqués par le patient sur la machine. Ils permettent :

- d'évaluer l'efficacité, la performance et l'amélioration des aptitudes motrices ;
- de mesurer l'effort que le patient oppose au mouvement afin d'imposer un couple adapté sur les axes moteur.

Enfin, les moteurs sont alimentés par des variateurs électroniques pilotés par une carte de commande qui génère les lois de commande en fonction du retour des capteurs.

Q1 : compléter le diagramme FAST partiel sur le document réponse.

L'objectif de l'étude proposée est de vérifier les performances du système vis-à-vis du cahier des charges. Cela nécessite :

- la mise en place d'un modèle pour chaque constituant ;
- l'utilisation de ces modèles et du cahier des charges pour dimensionner les constituants ;
- la détermination du comportement global à partir du modèle et le dimensionnement de la partie commande pour valider le cahier des charges.

3 Modélisation mécanique du système

L'objet de cette partie est de justifier le modèle mécanique qui sera utilisé, puis de vérifier si la liaison glissière permet de travailler avec des patients ayant des longueurs de cuisses et de jambes de différentes tailles (FS2).

3.1 Justification de la modélisation adoptée pour la liaison entre 1 et 2

La liaison entre **1** et **2** suivant l'axe de dorsi-flexion du pied (axe $(O_2, \vec{z}_0)$ de la figure 3) est réalisée par l'intermédiaire de 2 roulements. On peut modéliser les liaisons réalisées par ces roulements entre le bâti et l'axe en rotation comme étant des liaisons sphériques (ou rotule) de centre A et de centre B (figure 6).

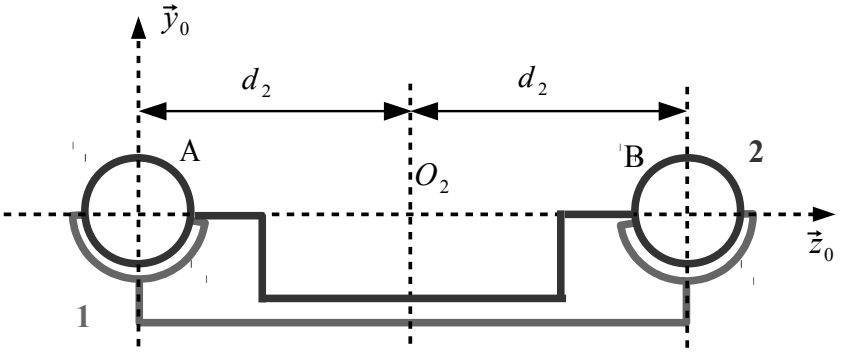


Figure 6 : réalisation de la liaison pivot entre 1 et 2

Pour la question suivante, on note :

- n, le numéro de la liaison entre le solide **1** et le solide **2** : la liaison sphérique n°1 en A et la liaison sphérique n°2 en B.
- le torseur cinématique de la liaison n entre le solide i par rapport au solide j : $\left\{V^n_{i/j}\right\} = \begin{Bmatrix} p^n_{ij} & u^n_{ij} \\ q^n_{ij} & v^n_{ij} \\ r^n_{ij} & w^n_{ij} \end{Bmatrix}_{A,R_0}$
- le torseur des actions transmissibles du solide j sur le solide i par la liaison n $\left\{T^n_{j\to i}\right\} = \begin{Bmatrix} X^n_{ji} & L^n_{ji} \\ Y^n_{ji} & M^n_{ji} \\ Z^n_{ji} & N^n_{ji} \end{Bmatrix}_{A,R_0}$

Q2 : par la méthode de votre choix, démontrer que la liaison équivalente à ces deux liaisons en parallèle est une liaison pivot d'axe $\left(A, \vec{z}_0\right)$.

Q3 : déterminer le degré d'hyperstatisme de ce montage composé de deux liaisons sphériques.

Q4 : étant donné le degré d'hyperstatisme, donner les conséquences sur le mécanisme final, son montage et sa conception.

3.2 Validation du choix pour la liaison glissière entre 0 et 1

La liaison glissière entre **0** et **1** étant réalisée à l'aide d'un composant intégrant directement les différentes fonctionnalités, il est nécessaire de vérifier qu'il convient au critère spécifié du cahier des charges sur les longueurs de la cuisse et de la jambe du patient.

On reprend le paramétrage donné sur la figure 3. Pour les question **Q5** et **Q6**, on ne prendra pas en compte le mouvement de rotation interne-externe du pied : $\theta_{23}(t) = 0$ rad. On fera alors l'hypothèse d'un mouvement plan dans le plan $\left(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0\right)$.

Q5 : déterminer la loi entrée-sortie $x(t)$ en fonction de θ_{0c} et L.

On rappelle que l'angle de flexion de la hanche vaut $\theta_{0c}+\beta$ étant donné le paramétrage.
On prendra $\beta = 60°$ pour les applications numériques.

Q6 : effectuer l'application numérique permettant de connaître Δx la variation de longueur de $x(t)$ entre la position d'angle minimum de flexion de la hanche où on aura $\theta_{0c,\,min} = 0°$ et la position d'angle maximum de flexion de la hanche où on aura $\theta_{0c,\,max}$. Conclure quant au choix du composant réalisant la liaison glissière vis-à-vis de sa course utile.

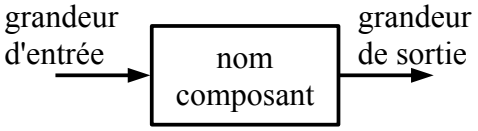
4 Pilotage du SYS-REEDUC

L'objectif de cette partie est de modéliser l'asservissement du système, puis de paramétrer le correcteur pour répondre aux exigences de la fonction FS1.

Le système est composé d'un générateur de consigne, qui à partir de la mesure de l'action du patient et de la mesure des paramètres du système, va générer la consigne adéquate pour piloter le système. Nous n'étudierons pas la partie générateur de consigne mais uniquement le système asservi piloté par celui-ci.
L'asservissement en déplacement longitudinal a pour consigne de déplacement X_c (en mètres). Ce déplacement est transformé en un nombre d'incréments de consigne N_c à l'aide d'un convertisseur analogique/numérique. Ce nombre d'incréments de consigne N_c est comparé à l'image N_θ du déplacement angulaire du moteur θ_m, obtenu avec le codeur incrémental, pour former un écart noté

ε. Cet écart est ensuite adapté à l'aide d'un correcteur pour former la tension moteur U_m (en volts). Le moteur tourne ensuite à une vitesse Ω_m (en radians par seconde), la position angulaire est notée θ_m (en radians). Cette position angulaire est réduite à l'aide d'un réducteur et on note θ_r l'angle de l'axe de sortie du réducteur, qui est lié à un dispositif poulie-courroie entraînant le support, dont on note le déplacement X.

Q7 : réaliser un schéma bloc **fonctionnel** (avec le nom des composants dans les blocs à la place des fonctions de transfert) de cet asservissement.



4.1 Comportement dynamique du système

Afin de prévoir le comportement du système étudié, nous allons établir un modèle de connaissance. Il est nécessaire pour cela d'étudier le comportement dynamique de l'ensemble.

Nous adoptons la modélisation de la figure 7 avec :

- $\vec{y}_0$ la verticale ascendante ;
- support mobile **1** de masse $M = 14$ kg, de centre d'inertie G_1, tel que $\overrightarrow{OG_1} = x(t)\vec{x}_0 + h_1\vec{y}_0$;
- support intermédiaire **2** de masse négligeable, en liaison pivot d'axe $(O_2, \vec{z}_0)$ avec le support mobile **1**. On a $\overrightarrow{OO_2} = x(t)\vec{x}_0 + h_2\vec{y}_0$ avec $h_2 = 0{,}6$ m. Le support est supposé fixe durant les phases d'utilisation, ainsi l'angle α est constant, $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2) = -20°$;
- support de pied **3** de masse $m = 4$ kg et de moment d'inertie sur l'axe $(O_2, \vec{x}_2)$ noté $J = 0{,}26$ kg.m^2, de centre d'inertie G_3, tel que $\overrightarrow{O_2G_3} = h_4\vec{x}_2 + h_3\vec{y}_3$ avec $h_4 = 0{,}01$ m et $h_3 = 0{,}05$ m. Le support de pied **1** est en liaison pivot d'axe $(O_2, \vec{x}_2)$ avec le support intermédiaire **2**, l'angle de cette rotation est noté θ_{23} tel que $\theta_{23} = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$;
- le moteur 1, entraînant la translation du support mobile **1,** délivre un couple moteur, tel que $\vec{C}_{moteur1\to1} = C_{M1}(t)\vec{z}_0$. Le moteur 1 entraîne un réducteur 1 de rapport de réduction $\rho_1 = \dfrac{1}{10}$.
  La sortie du réducteur est liée à la poulie de rayon $r = 46{,}1$ mm. On négligera les masses et inerties du moteur et du réducteur. On note $\vec{F}_{courroie\to1} = -F_{c1}\vec{x}_0$;

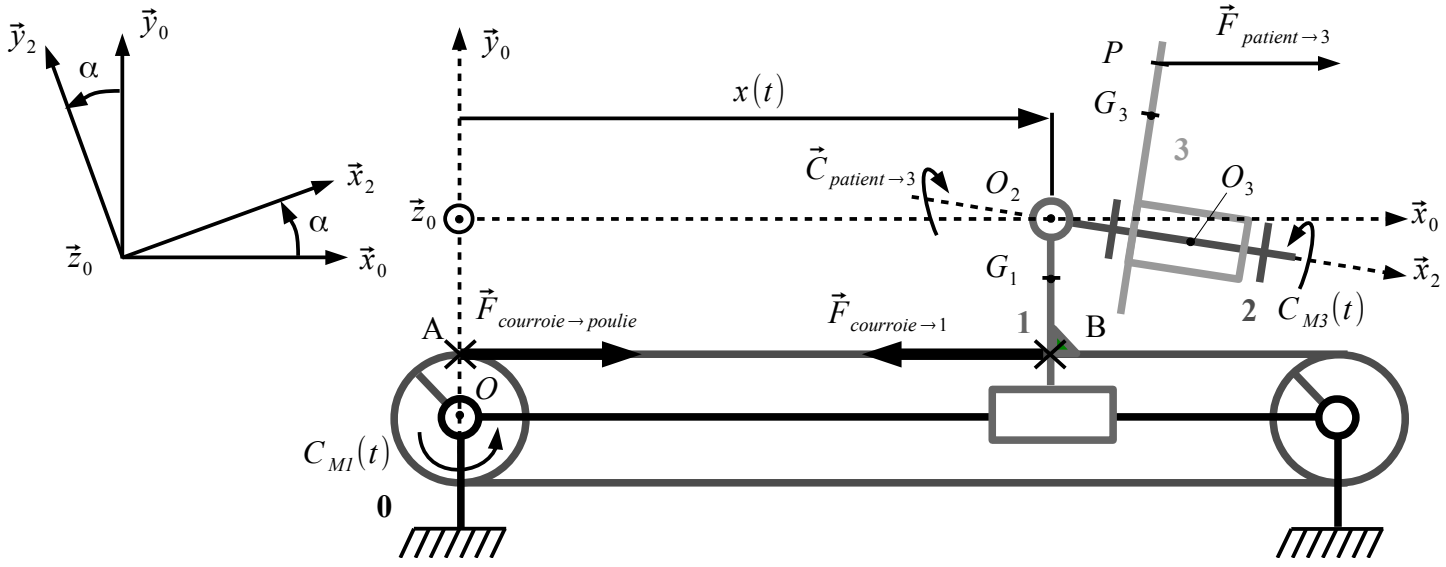


Figure 7 : modèle cinématique de la chaîne de transmission

- les poulies et la courroie sont supposées de masse négligeable. La courroie est supposée indéformable ;
- le moteur 2, entraînant la rotation du support de pied **3** par rapport au support intermédiaire **2**, délivre un couple moteur tel que $\vec{C}_{moteur2\to3} = C_{M3}(t)\vec{x}_2$. Le moteur 2 entraîne un réducteur 2 de rapport de réduction $\rho_2 = \frac{1}{50}$. On négligera les masses et inerties du moteur et du réducteur ;
- le patient exerce une action mécanique complexe composée :
  - d'une force $\vec{F}_{patient\to3} = F_p\vec{x}_0$ exercée par le patient sur le support **3**, modélisée par un glisseur passant par le point P, tel que $\overrightarrow{O_2P} = h_4\vec{x}_2 + \lambda(t)\vec{y}_3$
  - un couple $\vec{C}_{patient\to3} = -C_p\vec{x}_2$ exercé par le patient sur le support **3** au point O_2
- les résistances au mouvement sont négligées ; les liaisons sont considérées comme parfaites.

Q8 : en isolant la poulie motrice puis le tronçon de courroie AB et en appliquant le théorème de votre choix, exprimer la relation entre C_{MI} et F_{c1}.

Q9 : en isolant l'ensemble de solides {1 + 2 + 3} et en appliquant le théorème de votre choix, exprimer l'équation du mouvement liant $C_{MI}(t)$ aux paramètres du mouvement $x(t)$ et $\theta_{23}(t)$. Montrer que l'on obtient :

$$M\ddot{x} + m\left(\ddot{x} + h_3\ddot{\theta}_{23}\sin\theta_{23}\sin\alpha + h_3\sin\alpha\cos\theta_{23}\dot{\theta}_{23}^{\,2}\right) = F_p(t) - \frac{C_{MI}(t)}{r\rho_1}\ . \qquad [1]$$

L'équation du mouvement liant $C_{M3}(t)$ aux paramètres du mouvement est donnée par :

$$J\ddot{\theta}_{23} + m\,h_3\sin\alpha\sin\theta_{23}\,\ddot{x} = \frac{C_{M3}(t)}{\rho_2} - C_p + mg\,h_3\sin\theta_{23}\cos\alpha\ . \qquad [2]$$

Q10 : expliquer de manière détaillée quel(s) théorème(s) et quel(s) isolement(s) permet(tent) d'obtenir cette équation.

Q11 : que peut-on dire des équations [1] et [2] obtenues précédemment en considérant que nous souhaitons réaliser un asservissement du système sur ses différents paramètres.

Dans la suite du sujet, on supposera que l'on a la relation suivante rapportée à l'axe moteur :

$$(M + m)\,r\,\rho_1\,\ddot{\omega}_m(t) = \frac{C_{MI}(t)}{r\,\rho_1} - F_p(t)\ . \qquad [3]$$

Q12 : formuler la ou les hypothèse(s) qui ont été utilisée(s) pour obtenir cette équation linéarisée.

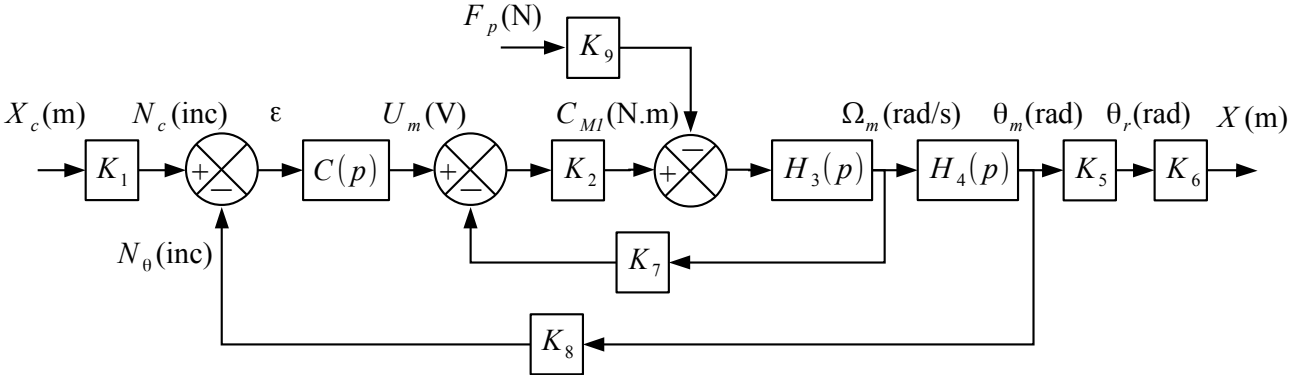


Figure 8 : modélisation par schéma-bloc de l'asservissement

Le travail mené dans cette partie permet de modéliser le système linéarisé par le schéma bloc de la figure 8. Cette modélisation sera retenue pour la suite du sujet.

4.2 Modélisation du moteur à courant continu

On rappelle les équations du moteur à courant continu :

$$u_m(t) = e(t) + R\ i(t) \qquad [4]$$

$$e(t) = k_e\,\omega_m(t) \qquad [5]$$

$$C_{MI}(t) = k_t\ i(t) \qquad [6]$$

On notera la transformée de Laplace d'une variable temporelle $f(t)$ par $F(p)$. On se place dans les conditions de Heaviside : conditions initiales nulles.

Q13 : à partir des équations [3] à [6], déterminer les fonctions de transfert K_2, $H_3(p)$, K_7 et K_9.

4.3 Détermination des autres fonctions de transfert

4.3.1 Bloc $H_4(p)$

Q14 : étant donné le lien entre les grandeurs physiques d'entrée et de sortie du bloc $H_4(p)$, donner sa fonction de transfert.

4.3.2 Codeur incrémental

Le codeur incrémental utilisé possède 2 pistes et 500 fentes équiréparties (voir figure 13, page 12) : la taille des blancs et des noirs est la même. Les deux pistes sont déphasées d'un quart de fente. Les signaux renvoyés par le codeur sont donnés sur la figure 12, page 12.

Q15 : à partir de l'allure des signaux, sachant que l'on fait une mesure sur chaque front montant et front descendant des deux voies, déterminer le nombre d'incréments mesurables par tour en fonction du nombre de fentes. En déduire la fonction de transfert K_8.

4.3.3 Réducteur (figures 9 et 10)

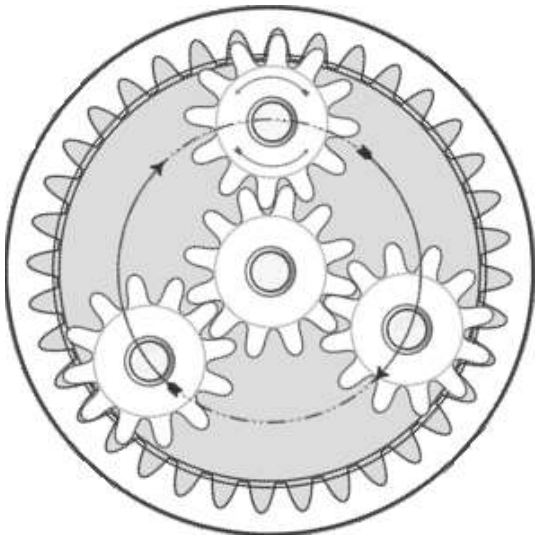


Figure 9 : représentation d'un train épicycloïdal en vue de face

Les nombres de dents ne sont pas ceux du train étudié sur le dessin.

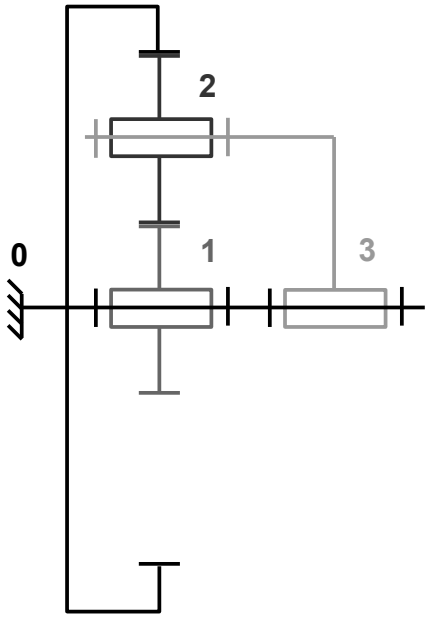


Figure 10 : schéma cinématique du train épicycloïdal

On note :

- Z_0 le nombre de dents de la couronne 0, liée au bâti ;
- $\omega_{1/0}$ la vitesse de rotation du pignon 1 par rapport à 0 ; Z_1 le nombre de dents du pignon 1 ;
- $\omega_{2/0}$ la vitesse de rotation du pignon 2 par rapport à 0 ; Z_2 le nombre de dents du pignon 2 ;
- $\omega_{3/0}$ la vitesse de rotation du solide 3 par rapport au bâti 0.

Q16 : déterminer la relation entre les vitesses de rotation $\omega_{1/0}$ et $\omega_{3/0}$ en fonction de Z_0 et Z_1.

Q17 : les solides 1 et 3 du réducteur sont liés soit à l'axe moteur, soit à l'axe de la poulie. Définir en le justifiant quel solide est relié à quel axe.

Q18 : sachant que $Z_1 = 10$ dents, déterminer le nombre de dents Z_0 permettant de respecter le rapport de réduction du système.

Q19 : déterminer la fonction de transfert K_5.

4.3.4 Dispositif poulie-courroie

Les deux poulies sont de même dimension, le rayon est noté $r = 46{,}1$ mm.

Q20 : déterminer la fonction de transfert K_6.

4.3.5 Convertisseur analogique/numérique

Q21 : déterminer l'expression de la fonction de transfert K_1 en fonction de K_8, K_5 et K_6 permettant d'obtenir un asservissement de X sur la consigne X_c.

4.4 Vérification des performances de l'asservissement

Nous avons modélisé l'ensemble des fonctions de transfert du système et nous nous proposons maintenant de vérifier les performances du cahier des charges.

Q22 : montrer que le schéma-bloc de la figure 8, peut être mis sous la forme suivante :

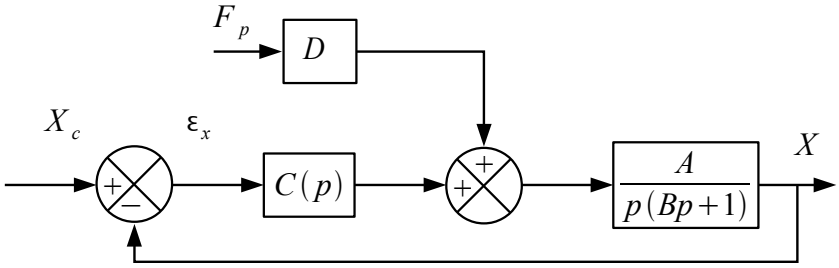


Figure 11 : modélisation par schéma-bloc simplifiée

Exprimer *A, B et D* (constants) en fonction des paramètres du système : r, ρ_1, k_t, k_e, R, M, m et K_8.

Pour la suite du sujet, on gardera les constantes *A, B et D,* avec :

$A = 6\,700$ m/V $\qquad B = 0{,}01$ s $\qquad D = 6$ N/V

4.4.1 Correction proportionnelle

On suppose que $C(p) = K_c$.

Q23 : exprimer ε_x en fonction des deux entrées F_p et X_c et des constantes A, B, D et K_c.

Q24 : déterminer l'écart de position ε_x en réponse à deux échelons d'intensité F_0 pour la force du patient et X_0 pour le déplacement. Conclure quant au respect du cahier des charges.

4.4.2 Correction proportionnelle intégrale

On suppose maintenant que $C(p) = K_i\left(1+\frac{1}{T_i p}\right)$.

Q25 : exprimer ε_x en fonction des deux entrées F_p et X_c et des constantes A, B, D, K_i et T_i.

Q26 : déterminer l'écart de position ε_x en réponse à deux échelons d'intensité F_0 pour la force du patient et X_0 pour le déplacement. Conclure quant au respect du cahier des charges.

Q27 : déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte du système $FTBO(p) = \frac{X}{\varepsilon_x}$ en supposant que $F_p = 0$.

Q28 : déterminer la valeur T_i permettant d'assurer la marge de phase pour la pulsation au gain unité souhaitée (pulsation pour laquelle le gain en décibel est nul).

Q29 : déterminer K_i permettant d'assurer la pulsation au gain unité souhaitée.

On donne sur le document réponse la réponse temporelle du système à une entrée de type échelon unitaire sur le déplacement ($F_p = 0$) ainsi que le diagramme de Bode de la FTBO.

Q30 : conclure quant au respect du cahier des charges sur le reste des critères énoncés. Faire apparaître sur le document réponse les grandeurs mesurées.

5 Conception de la commande pour prendre en compte le critère de sécurité de la fonction FS3.

L'objectif de cette partie est d'étudier la partie commande permettant de gérer la sécurité du patient lors du mouvement. Pour cela des capteurs de fin de course réglables ont été mis en place. La commande de sécurité, de type séquentielle, doit permettre de bloquer le système en cas de dépassement des capteurs de fin de course.

La commande doit permettre de prendre en compte :

- l'initialisation du codeur incrémental ;
- le comptage du nombre d'incréments ;
- l'arrêt du système en urgence en cas de problème.

Pour prendre en compte l'initialisation et l'arrêt d'urgence, la commande séquentielle pilote un contacteur *KM1* monostable (normalement ouvert : $KM1 = 0$, contacteur ouvert tout le temps sauf quand une action appelle *KM1*), qui permet de fermer le circuit électrique de l'asservissement du moteur du déplacement longitudinal du système SYS-REEDUC.
Les deux capteurs de fin de course sont représentés par les variables *fcg* pour fin de course à gauche et *fcd* pour fin de course à droite.
Quand le contacteur *KM1* est ouvert, il est possible d'actionner le moteur pour un déplacement à gauche avec l'action *MG* et à droite avec l'action *MD*.
L'initialisation est commandée par un bouton *init*.
L'arrêt du système est effectué quand on appuie sur le bouton *arret*.

5.1 Initialisation et fonctionnement normal

A l'allumage du système, celui-ci reste bloqué tant que le bouton d'initialisation n'est pas enclenché. L'initialisation provoque le déplacement vers la gauche du chariot mobile jusqu'à atteindre la butée de fin de course gauche.
Le système est alors à l'arrêt et on initialise à 0 le compteur d'incréments, associé à la variable N_θ.
On donne sur le document réponse le grafcet partiel de conduite GC1, qui gère l'initialisation et le mode de fonctionnement normal et le grafcet GC2 qui gère le compteur d'incréments.

Q31 : compléter le grafcet de conduite GC1. Les numéros des étapes n'indiquent pas le nombre attendu. Ne pas compléter la case action de l'étape 9 pour le moment.

L'étape 9 du grafcet GC1 correspond au fonctionnement normal du système, c'est-à-dire quand le système est piloté par l'asservissement.

Q32 : compléter l'action associée à l'étape 9.

5.2 Comptage des incréments

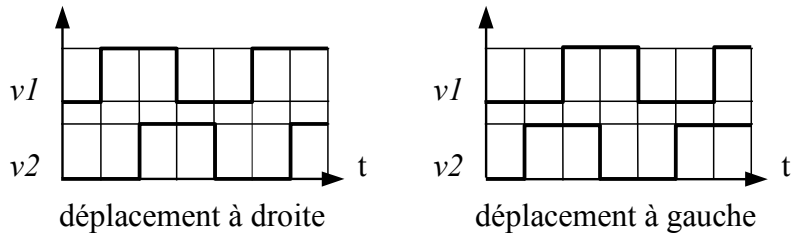


Figure 12 : signaux du codeur incrémental en fonction du sens de rotation

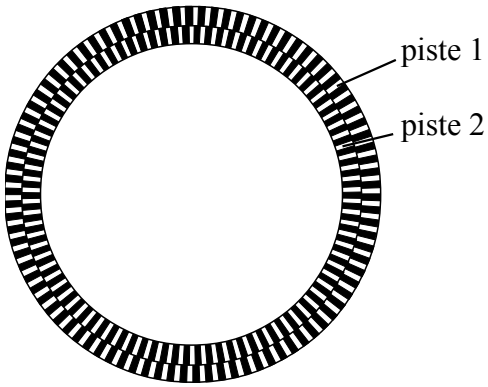


Figure 13 : codeur incrémental

Le codeur incrémental est composé de deux pistes, dont les signaux sont renvoyés par les variables *v1* et *v2*, qui permettent de détecter le sens de rotation.

L'allure des signaux est donnée sur la figure 12.

On notera les variables qui permettent de savoir si on se déplace à droite ou à gauche respectivement *dd* et *dg*.

Q33 : déterminer les équations de *dd* et *dg* en fonction des variables *v1* et *v2* ainsi que de leur front montant et leur front descendant.

On suppose que l'on incrémente le compteur N_θ quand on se déplace à droite et qu'on le décrémente quand on se déplace à gauche.

Q34 : compléter les réceptivités $r21_1$ et $r21_2$ ainsi que les actions associées aux étapes 22 et 23.

Q35 : compléter la réceptivité *r20* permettant d'activer le comptage uniquement quand le système est en mode de fonctionnement normal.

5.3 Prise en compte de la sécurité

Q36 : modifier la réceptivité *r9* permettant de prendre en compte les capteurs de fin de course. Expliquer en quoi la fonction FS3 sera bien vérifiée.

6 Synthèse

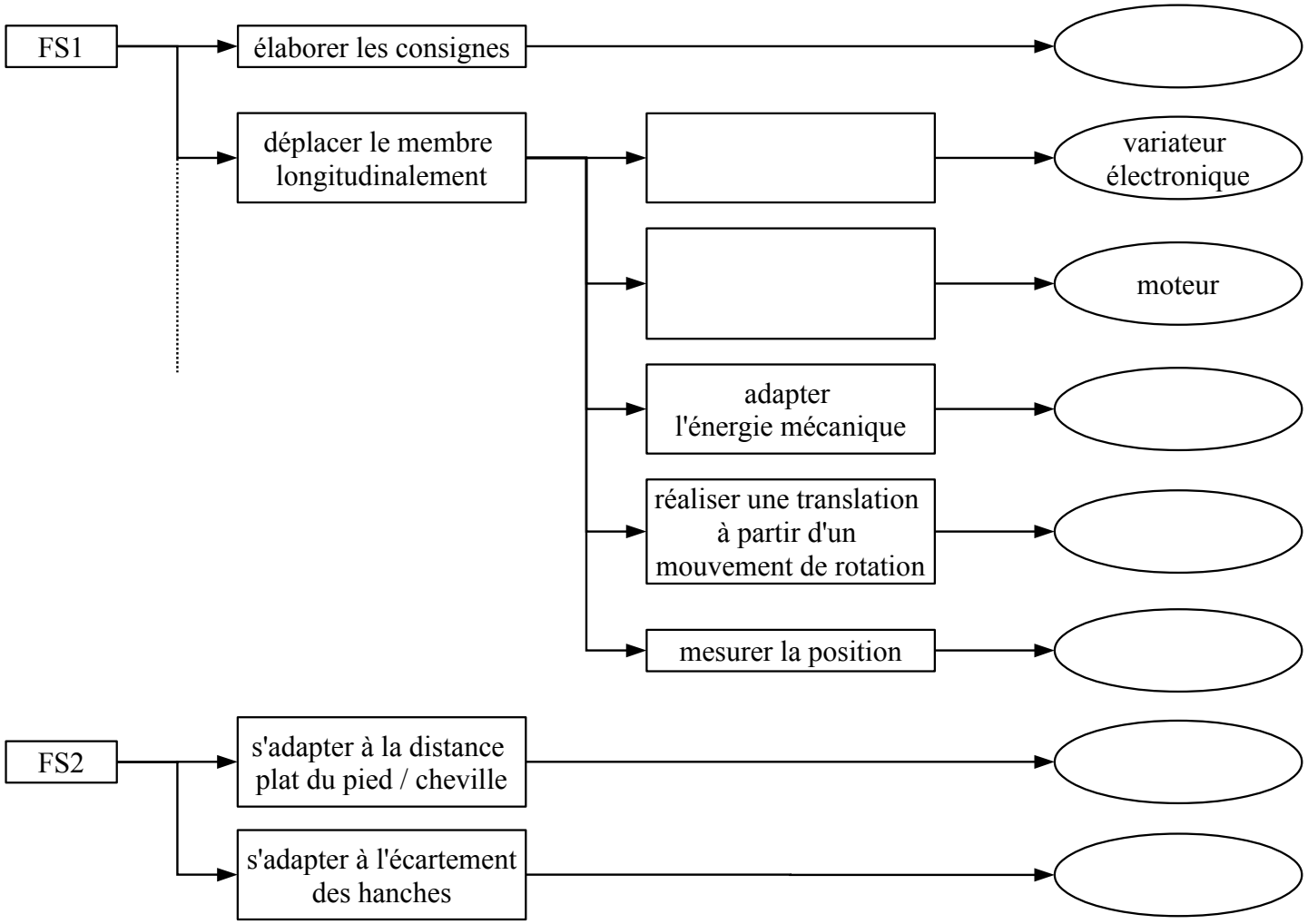
Q37 : Proposer une synthèse de l'ensemble de la démarche utilisée pour mettre en place le modèle du système.

Fin de l'énoncé

IMPRIMERIE NATIONALE – 13 1173 – D'après documents fournis

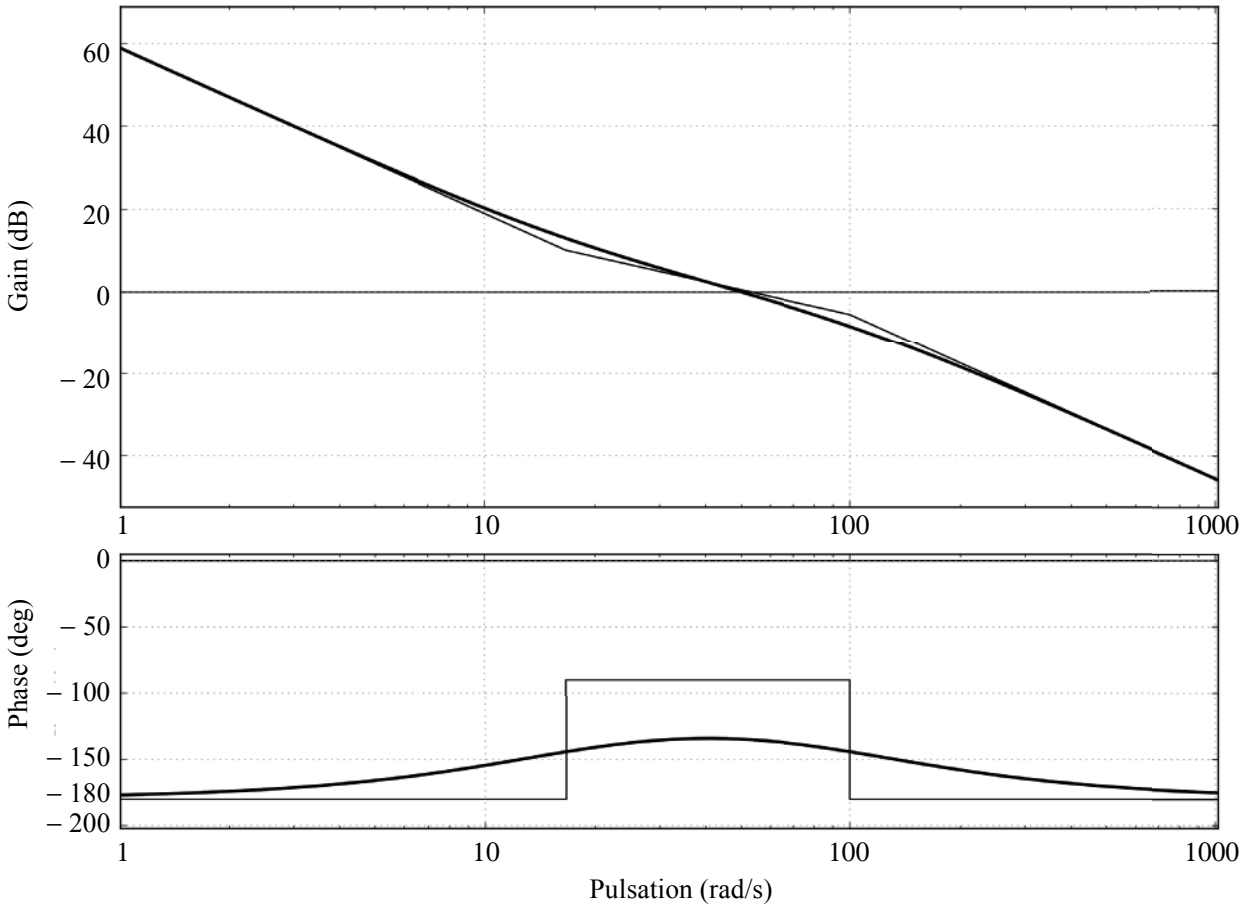
Document Réponse

Q1 :

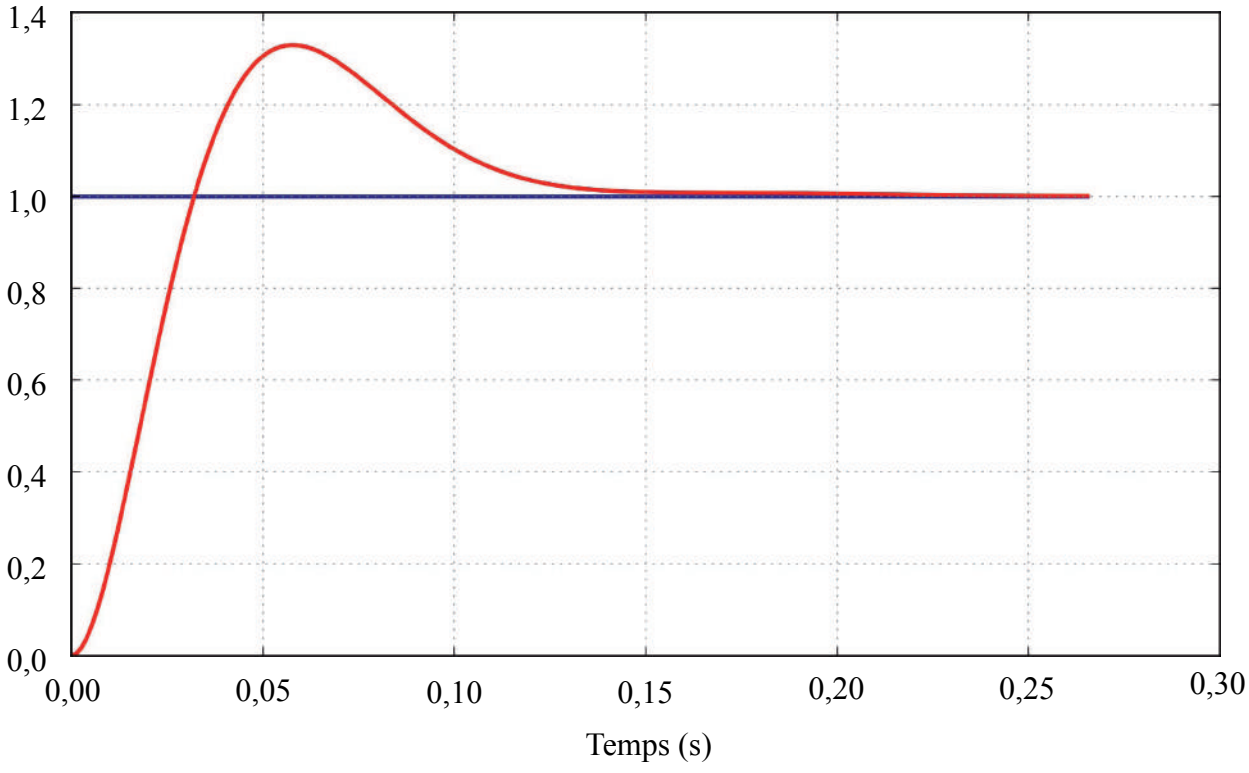


Q30 :

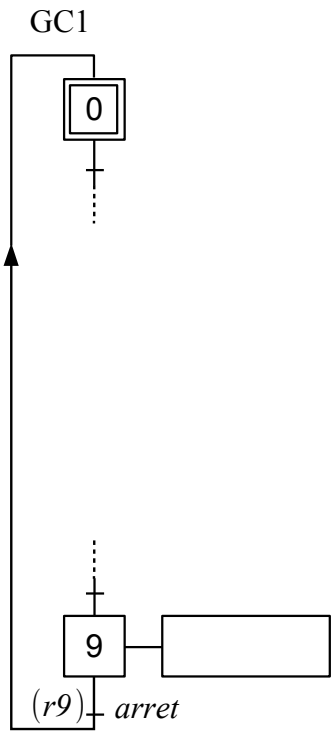
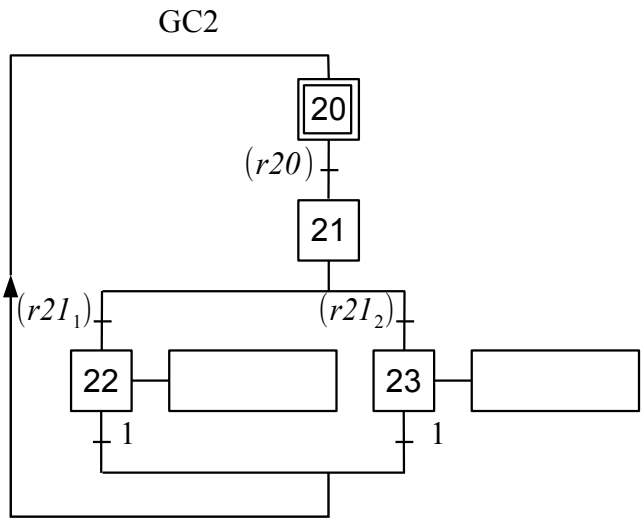
Diagramme de Bode de la FTBO :



Réponse indicielle unitaire sur le déplacement / Fp = 0. Unité en mètre pour l'axe des ordonnées.



Q31-32-36 :



Q34-35 :